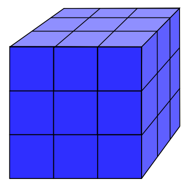
Examen de invitación a la OMM 2026
Nivel 3

Problema 1. Un cubo de 3 cm de lado se formó con cubitos blancos de lado 1 cm. Luego se pintó toda la superfice del cubo de azul como se ve en la figura. ¿Cuántos de los cubitos de lado 1 cm quedaron con exactamente 2 caras pintadas?



(a) 4 (b) 6 (c) 8 (d) 10 (e) 12

Solución 1. **(e)**. Los cubitos que quedan con exactamente dos caras pintadas son los que quedan en el centro de cada arista del cubo grande. El cubo tiene 12 aristas, así que son 12 los cubitos con dos caras azules.

Problema 2. En una escuela se vio que una alumna de 6º de primaria tenía 11 años. Dunia dijo: "Todas las niñas del grupo de 6º tienen 11 años." Resultó que era falso. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es necesariamente verdadera sobre la edad de las niñas de 6º?

(a) Ninguna niña tiene 11 años.

(b) Todas las niñas tienen más de 11 años.

(c) Alguna de las niñas no tiene 11 años.

(d) Sólo hay una niña que tiene 11 años.

(e) Hay una niña que tiene más de 11 años.

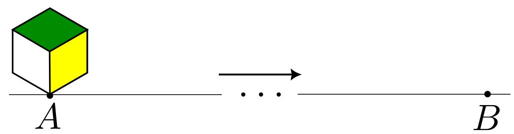
Solución 2. **(c)**.

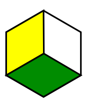
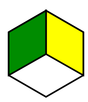
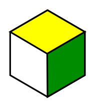
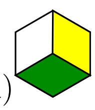
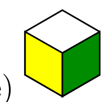
Problema 3. Las canastillas de una rueda de la fortuna están numeradas $1, 2, 3 \ldots$. Cuando Joaquín está en la canastilla 8, Rodrigo está en la canastilla opuesta, la cual tiene el número 21. ¿Cuántas canastillas tiene la rueda?

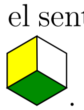
(a) 26 (b) 27 (c) 28 (d) 29 (e) 30

Solución 3. **(a)**. Los números de las canastillas opuestas deben tener todas la misma diferencia: $21 - 8 = 13$. Entonces la canastilla con este número está justo a la mitad y la respuesta es $2 \times 13 = 26$.

Problema 4. Un hexágono regular de lado 1 cm gira sobre una recta. Empieza cuando uno de sus vértices toca el punto A como se ve en la figura, y termina cuando uno de sus vértices toca un punto B que está a 81 cm de distancia de A sobre la misma recta. ¿Cómo se ve el hexágono al final?



(a)  (b)  (c)  (d)  (e) 

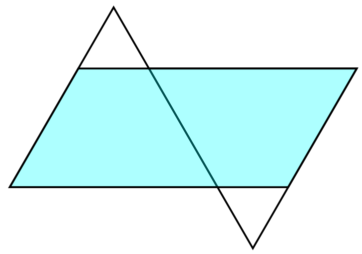
Solución 4. **(a)**. El perímetro del hexágono es de 6 cm. Como $\dfrac{81}{6} = 13.5$, el hexágono da 13 vueltas completas y media vuelta más, así que la parte verde queda abajo. Notamos también que, en el sentido de las manecillas del reloj, los colores van verde - amarillo - blanco. La respuesta es .

Problema 5. En una lista de 5 números, cada uno es el producto de los dos anteriores. Se sabe que el primero es 2 y el quinto es 500. ¿Cuánto es la suma de los otros tres?

(a) 65 (b) 75 (c) 100 (d) 120 (e) 150

Solución 5. **(a)**. Como $500 = 2^2 \cdot 5^3$, el segundo número debe ser múltiplo de 5. Intentamos poniendo 5 como segundo número y vemos que, efectivamente, el quinto número es 500: $2, 5, 10, 50, 500$. La respuesta es $5 + 10 + 50 = 65$.

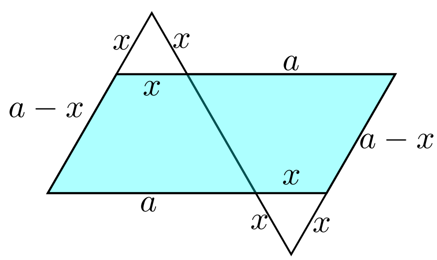
Problema 6. Un paralelogramo está formado por dos copias idénticas de un triángulo equilátero al que se le ha quitado un triangulito, como se ve en la figura. El perímetro del paralelogramo es 30 cm más que el del triángulo original. ¿Cuál es el perímetro del triángulo original?



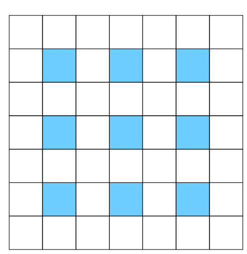
(a) 30 cm (b) 45 cm (c) 60 cm (d) 75 cm (e) 90 cm

Solución 6. **(e)**. *Primera forma.* La orilla de la mitad del paralelogramo mide lo mismo que 2 lados del triángulo original. Entonces la diferencia entre el perímetro del paralelogramo y el del triángulo es igual a la medida de un lado del triángulo; como esta diferencia es de 30 cm, el perímetro del triángulo es de 90 cm.

Segunda forma. Llamemos a a lo que mide el lado del triángulo, y x al lado del triangulito que se quitó. Entonces, al comparar el perímetro del paralelogramo con el del triángulo tenemos $2(a+x)+2(a-x)=3a+30$, de donde $4a=3a+30$ y así $a=30$. El perímetro del triángulo es $3\times 30=90$ cm.



Problema 7. En una cuadrícula de $n\times n$, con $n\geq 3$ impar, se sombrean los cuadrados que están en renglón y columna par como se muestra en la figura para $n=7$. ¿Cuántos cuadrados no están sombreados si $n=15$?



(a) 160 (b) 161 (c) 168 (d) 176 (e) 189

Solución 7. **(d)**. Para $n = 7$ el número de cuadrados sombreados es

$$\left(\frac{7-1}{2}\right)^2 = 3^2 = 9.$$

Para $n = 15$, el número de cuadrados sombreados es

$$\left(\frac{15-1}{2}\right)^2 = 7^2,$$

así que el número de cuadritos no sombreados es $15^2 - 7^2 = 225 - 49 = 176$.

Problema 8. ¿Cuál es el resultado de

$$1 + 2 - 3 - 4 + 5 + 6 - 7 - 8 + \cdots + 2026?$$

(a) -2027 (b) -1 (c) 0 (d) 1 (e) 2027

Solución 8. **(e)**. Podemos agregar -0 al principio de la operación sin alterar el resultado. Así notamos que el patrón de signos se repite cada 4. Agrupemos los números de 4 en 4 notando que, como $2026 = 506 \times 4 + 2$, al final sobran los dos últimos números. Cada grupito de 4 números tiene suma $1 - 1 = 0$, así que el resultado es:

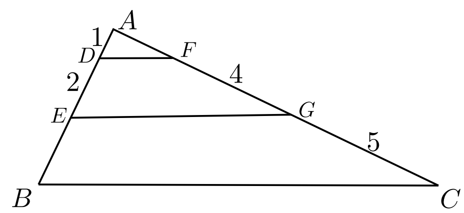
$$\begin{aligned}&(-0+1+2-3)+\cdots+(-2020+2021+2022-2023)+(-2024+2025+2026)\\&=0+\cdots+0+(-2024+2025+2026)=1+2026=2027.\end{aligned}$$

Problema 9. En un 1$^{\text{er}}$ paso se pone un punto en un segmento AB de manera que quede dividido en 2 partes iguales (entonces el punto divide al segmento AB en razón $1:1$ porque la distancia de A a ese punto es la misma que de ese punto a B); en un 2$^{\text{o}}$ paso se ponen 2 puntos más para que AB quede dividido en 4 partes iguales (entonces uno de los nuevos puntos divide a AB en razón $3:1$ puesto que la distancia de A a ese punto es tres veces más larga que la distancia de ese punto a B); en un 3$^{\text{er}}$ paso se agregan 4 puntos para que AB quede partido en 8 partes iguales. Así sucesivamente se van agregando puntos hasta que alguno de los nuevos puntos divida al segmento AB en razón $7:9$. ¿En qué paso se logra esto?

(a) 3$^{\text{o}}$ (b) 4$^{\text{o}}$ (c) 5$^{\text{o}}$ (d) 6$^{\text{o}}$ (e) 7$^{\text{o}}$

Solución 9. **(b)**. En el 4$^{\text{o}}$ paso AB queda dividido en 16 partes. El punto que deja 7 partes de un lado y 9 del otro divide a AB en razón $\frac{7}{9}$.

Problema 10. En el triángulo ABC, el ángulo en A es de $90°$. Los puntos D y E están sobre el lado AB, y los puntos F y G están sobre el lado AC. Además DF y EG son paralelas a BC, $|AD| = 1$, $|DE| = 2$, $|FG| = 4$ y $|GC| = 5$. ¿Cuánto es el área del ABC?

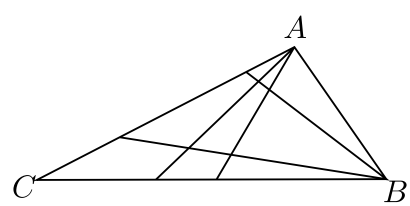


(a) $\dfrac{45}{2}$ (b) 30 (c) $\dfrac{121}{4}$ (d) 32 (e) $\dfrac{75}{2}$

Solución 10. **(c)**. Por el teorema de Tales, como DE mide la mitad que FG, entonces todas las medidas sobre AB son la mitad de las medidas sobre AC, es decir, $|AF| = 2$ y $|EB| = \dfrac{5}{2}$. Entonces el área de ABC es

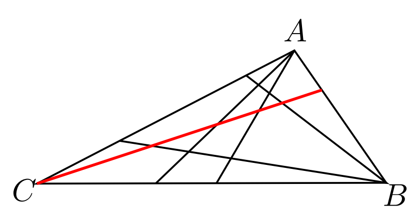
$$\frac{1}{2}\left(|AB| \times |AC|\right) = \frac{1}{2}\left(1+2+\frac{5}{2}\right)(2+4+5) = \frac{1}{2} \times \frac{11}{2} \times 11 = \frac{121}{4}.$$

Problema 11. En un triángulo ABC se trazaron dos líneas desde cada uno de los vértices A y B hacia los respectivos lados opuestos. El triángulo quedó dividido en 9 partes (ver la figura). Si se trazan 10 líneas desde C hacia el lado AB, ¿cuál es el máximo número de regiones en las que puede quedar dividido el triángulo?



(a) 45 (b) 59 (c) 63 (d) 69 (e) 90

Solución 11. **(b)**. Se trazan líneas desde C que no pasen por ningún punto de intersección de las líneas dadas. Cada línea corta otras 4 así que aumenta 5 regiones a las que ya se tienen. La respuesta es $9 + 5 \times 10 = 59$.



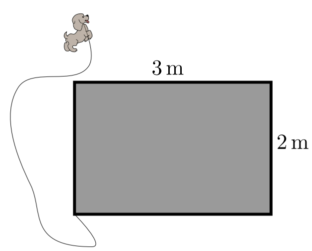
Problema 12. En una secundaria hay 468 alumnos. A un taller de matemáticas se inscribió la mitad de estudiantes de 3^{er} año, la tercera parte de los estudiantes de 2^{o} año, y una cuarta parte de los estudiantes de 1^{er} año. Si se inscribió la misma cantidad de estudiantes de cada año, ¿cuántos estudiantes hay en el 2^{o} año?

(a) 60 (b) 72 (c) 108 (d) 156 (e) 234

Solución 12. **(d)**. *Primera forma.* Dividamos al grupo de 3^{o} en 2 partes del mismo tamaño, al de 2^{o} en 3 partes del mismo tamaño y al de 1^{o} año en 4 partes del mismo tamaño, pensando que una de las partes de cada grupo es la que se inscribió al taller. Entonces la secundaria queda dividida en $2+3+4=9$ partes del mismo tamaño. Como $\dfrac{468}{9}=52$, cada parte tiene 52 estudiantes. Así, el 2^{o} año tiene $3 \times 52 = 156$ estudiantes.

Segunda forma. Llamemos x al número de estudiantes de 1^{o} que se inscribieron al taller. Entonces $2x+3x+4x=9x=468$, de donde $x=\dfrac{468}{9}=52$. La respuesta es $3x=156$.

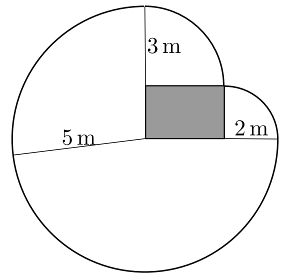
Problema 13. Una cuerda de 5 m de longitud está amarrada en la esquina de una caseta rectangular que mide 3 m×2 m, como se ve en la figura. Al final de la cuerda está amarrado un perro. ¿Cuántos metros es la longitud del perímetro del área que alcanza la cuerda?



(a) $\dfrac{5\pi}{4}$ (b) $\dfrac{5\pi}{2}$ (c) 5π (d) 10π (e) 15π

Solución 13. **(d)**. El perímetro está formado por 3 cuartos de círculo de radio 5 m, un cuarto de círculo de 3 m y un cuarto de círculo de 2 m (ver la figura). Entonces la longitud en metros es:

$$2\pi\left(\frac{3}{4}\cdot 5+\frac{1}{4}\cdot(2+3)\right)=10\,\pi.$$



Problema 14. En cada cuadrito de la cuadrícula que se muestra se debe poner un número de tal manera que la suma de los 3 números de cada renglón, de los 3 números de cada columna y de los 3 números de cada diagonal sea la misma. Ya se han puesto algunos. Cuando se llene la cuadrícula, ¿cuál de los siguientes números no se usará?

		9
	12	
		10

(a) 7 (b) 13 (c) 14 (d) 15 (e) 16

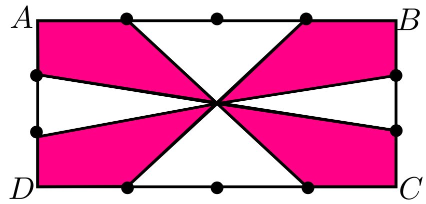
Solución 14. **(e)**. Digamos que el número que va a la izquierda arriba es a. Comparando la diagonal que contiene a este número con la otra diagonal y con la última columna vemos que los respectivos números faltantes en éstas son $a+1$ y $a+3$. Entonces la de cualquiera de éstas es es $22+a$. De aquí ya podemos completar el primer y el tercer renglón, y vemos que la suma en la columna central es $13+12+11=36$. Con esta información ya tenemos que $a=14$ y podemos completar la cuadrícula. El único número de las opciones que no se usó es el 16.

a		9
	12	a+3
a+1		10

a	13	9
	12	a+3
a+1	11	10

14	13	9
7	12	17
15	11	10

Problema 15. En el rectángulo $ABCD$ hay puntos marcados sobre los lados de tal forma que los segmentos AB y CD están divididos en 4 partes iguales, y los segmentos BC y DA están divididos en 3 partes iguales. El área de $ABCD$ es de $60\,\text{cm}^2$. ¿Cuánto es el área de la región sombreada?



(a) $15\,\text{cm}^2$ (b) $20\,\text{cm}^2$ (c) $30\,\text{cm}^2$ (d) $35\,\text{cm}^2$ (e) $45\,\text{cm}^2$

Solución 15. **(d)**. Sean P, Q y O los puntos que se muestran en la figura. Notamos que el triángulo APO tiene área $\frac{60}{16}$ pues $|AP| = \frac{|AB|}{4}$, y la altura sobre AP es la mitad de AD. Análogamente, DQO tiene área $\frac{60}{12}$. La figura sombreada consta de 4 triángulos como APO y 4 triángulos como DQO. Entonces el área es

$$4\left(\frac{60}{16} + \frac{60}{12}\right) = \frac{60}{4} + \frac{60}{3} = 15 + 20 = 35.$$